# 1 Speciální typy matic

**Definice 1.1.** Jednotková matice řádu $n$ je matice $\mathbf{E} = (\delta_{ij})$, kde

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

pro $i, j \in \{1, \dots, n\}$. Symbol $\delta_{ij}$ se nazývá Kroneckerovo delta.

**Věta 1.1.** *Nechť $\mathbf{E}$ je jednotková matice řádu $n$, pak pro libovolnou matici $\mathbf{A}$ typu $m \times n$ a pro libovolnou matici $\mathbf{B}$ typu $n \times m$ platí*

$$\mathbf{AE} = \mathbf{A}, \quad \mathbf{EB} = \mathbf{B}.$$

**Definice 1.2.** Nechť $\mathbf{A} = (a_{ij})$ je čtvercová matice řádu $n$. Říkáme, že matice $\mathbf{A}$ je

1. horní trojúhelníková, jestliže pro každé $i, j \in \{1, \dots, n\}$, $i > j$ platí $a_{ij} = 0$,
2. dolní trojúhelníková, jestliže pro každé $i, j \in \{1, \dots, n\}$, $i < j$ platí $a_{ij} = 0$,
3. diagonální, jestliže pro každé $i, j \in \{1, \dots, n\}$, $i \neq j$ platí $a_{ij} = 0$,

• Budou uvedeny matice, pomocí nichž lze při násobení získat elementární úpravy matice - elementární matice:

**Definice 1.3.** Nechť $\mathbf{A}$ je čtvercová matice řádu $n$. Jestliže existuje taková matice $\mathbf{B}$, že platí

$$\mathbf{AB} = \mathbf{BA} = \mathbf{E},$$

říkáme, že $\mathbf{A}$ je regulární matice a matice $\mathbf{B}$ se nazývá inverzní maticí k matici $\mathbf{A}$.

• Jestliže existují matice $\mathbf{B}$ a $\mathbf{C}$ inverzní k matici $\mathbf{A}$, pak

$$\mathbf{B} = \mathbf{BE} = \mathbf{B}(\mathbf{AC}) = (\mathbf{BA})\mathbf{C} = \mathbf{EC} = \mathbf{C}.$$

Tedy každá čtvercová matice má nejvýše jednu inverzní matici.

• Pro její označení tedy může použít jednoznačný symbol: $\mathbf{A}^{-1}$.

• Nyní ukážeme postup, pomocí něhož lze určit inverzní matici $\mathbf{A}^{-1}$ k regulární matici $\mathbf{A}$. K tomu je třeba náslwedující definice:

**Definice 1.4.** Matice $\mathbf{B}$ je řádkově ekvivalentní matici $\mathbf{A}$, jestliže existuje konečný počet elementárních matic $\mathbf{E}_1, \dots, \mathbf{E}_k$ takových, že

$$\mathbf{B} = \mathbf{E}_1 \dots \mathbf{E}_k \mathbf{A}.$$

• Je-li $\mathbf{A}$ regulární matice, lze ukázat, že $\mathbf{A}$ je řádkově ekvivalentní s jednotkovou maticí $\mathbf{E}$. Existují tedy elementární matice $\mathbf{E}_1, \dots, \mathbf{E}_k$ takové, že

$$\mathbf{E}_1 \dots \mathbf{E}_k \mathbf{A} = \mathbf{E}.$$

Z předchozího vztahu je zřejmé, že matice $\mathbf{E}_1 \dots \mathbf{E}_k$ má stejnou vlastnost jako matice inverzní a protože existuje nejvýše jedna inverzní matice, je

$$\mathbf{E}_1 \dots \mathbf{E}_k = \mathbf{A}^{-1}.$$

• Bude ukázán příklad.